

CERTAMEN 2 Semestre 2° 2016 del 26 de Octubre de 2016

Problema 1

Considere la integral  $I = \int_0^2 f(x) dx$ , en que  $f$  es una función que se hace infinito en  $x = 0$  pero la integral es convergente.

i) usando la regla newtoniana compuesta  $\frac{4}{3} h$  estime la mínima cantidad de subintervalos necesario para tener un error inferior a  $10^{-3}$  si la cota  $|f^{(4)}(x)| < 16$ ,  $x \in [0, 2]$ .

ii) si  $f(x) = \ln(\text{sen}(x))$ , se calcula que  $|f^{(4)}(x)| < 25600$ ,  $x \in [0.125, 2]$  aproximar  $I = \int_0^2 f(x) dx$  con la regla simple  $\frac{4}{3} h$ , esto se aplica solo una vez la fórmula. ¿cual sería una estimación del error en la integración?.

DESARROLLO

Problema i): Error Compuesto en términos

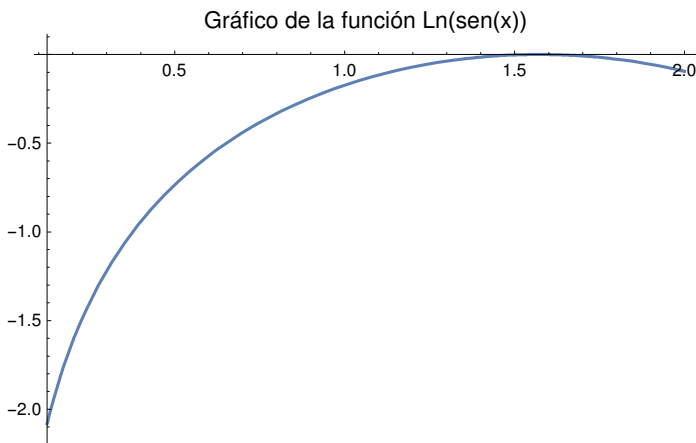
de  $m$  : el número de veces que se aplicará la fórmula simple

$$\frac{28}{45 m^4}$$

Resolución ecuación  $\text{error} = 10^{-3}$  para  $m$  :  $\{m \rightarrow 4.99444\}$

Respuesta i): Se necesitan 20 subintervalos

Problema ii)



Su integral es convergente : -1.10222

Aplicación una vez de la fórmula en  $[0,2]$  :

-0.868497

La cota de error por fórmula  $\frac{4480}{9}$  no tiene sentido

OBSERVACION:

- 1) En la parte a) para una cota 16 se decía que se necesitaban 20 intervalos. Luego para una cota 24600 se necesitaría mucho mas
- 2) Si se aplicara la fórmula una vez en  $[0,0.125]$  ello da  $-0.370656$  siendo que el valor exacto es  $-0.385039$
- 3) Si se calculara con 40 intervalos en  $[0,0.125]$  se logra  $-0.383595$  y en  $[0.125,2]$  se logra  $-0.71695$  lo que sumando da  $-1.10054$