

### Ayudantía 3 : Interpolación diferenciable, aproximación polinomial discreta

#### Problema 1

Considere la función

$$f(x) = \int_1^x \ln^2(t) dt \quad 1 \leq x \leq 2.2$$

Calcule el polinomio de integración de Hermite que interpola  $f(x)$  y  $f'(x)$  en los puntos  $x = 1.4$  y  $x = 1.8$  según la tabla entregada. Con lo anterior, aproxime  $f(1.7)$ .

$x$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
$f(x)$	0.0000	0.0023	0.0163	0.0494	0.1058	0.1883	0.2984

#### Problema 2

Considere la función  $y = x^2$ ,  $x \in [0, 1]$ . La longitud total de la curva viene dada por:

$$L = \int_0^1 \sqrt{1 + (2x)^2} dx = L \approx 1.48$$

Obtenga la curva  $w(x)$  de modo que sea horizontal cuando pase por  $(0, -1)$  y sea tangente a  $y = x^2$  en el punto equidistante por la curva de los puntos  $(0, 0)$  y  $(1, 1)$ . Para obtener este último punto, podemos resolver la ecuación  $\int_0^x \sqrt{1 + (2x)^2} dx = \frac{L}{2}$ , pero esta ecuación no es lineal. Proximamente en el curso, aprenderemos formas de resolver numéricamente este tipo de ecuaciones, por lo pronto, se nos informa que una aproximación para el valor de  $x$  en la ecuación es  $x \approx 0.61$

#### Problema 3

Se tiene la muestra de cierto proceso que se comporta de la forma:

$$y = \frac{1.2}{\sqrt{a(\frac{1}{x} + 2.3)^b + 1.3}}$$

Donde  $a$ ,  $b$  son constantes a determinar. Ciertas observaciones de la muestra se tienen en la siguiente tabla

$x$	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2
$y$	0.433	0.445	0.453	0.457	0.459

Utilizando el método de los mínimos cuadrados discreto, aproximar las constantes  $a$  y  $b$ . Verifique el valor de la aproximación lograda en  $x = 2.8$  y aproxime el valor de  $y(3.9)$ .

**Problema 4**

El laboratorio de cierta empresa publicó la siguiente tabla de datos de un proceso del tipo  $w = a \cdot (z(w))^b$  donde  $a$  y  $b$  son constantes.

$x$	2.4	2.8	3.2	3.6
$w$	1.221	1.149	1.088	1.037

Por otro lado, el proceso anterior está basado en otro que se rige por:

$$z = \frac{1}{\sqrt{k + mx}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Para ciertas constantes  $k$  y  $m$  un segundo laboratorio publicó los siguientes datos:

$x$	2.2	2.6	3.0	3.4	3.8
$z$	0.863	0.786	0.724	0.674	0.631

Utilizando el método de los mínimos cuadrados aproxime todas las constantes y estime el valor de  $w(3)$ .