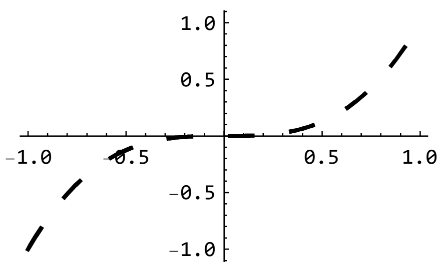
Distribución del puntaje en certamen 1 MAT 270
10 Abril 2019

P2. (25 puntos)

b) (13 puntos)

El gráfico de $y = x^3$ se parece. Luego una cúbica parece adecuada (3 puntos)



Una lineal claramente no (1 punto). Una parábola claramente no (1 punto).

Para determinar una cúbica se necesitan cuatro puntos igualmente espaciados:

$x_0 = 0; x_1 = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{2}{3}; x_3 = 1.$ (2 puntos)

Entonces el error es:

$$| \; p(x) - m(x) \; | = \frac{\left|x\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)(x-1)\right|}{4!} m^{(4)}(\eta) \qquad \text{(2 puntos)}$$

Usando los datos y acotando se tiene:

$$\left| \; p(x) - m(x) \; \right| \le \frac{h^4}{4!} * 12 \quad \text{con } h = \frac{1}{3} \qquad \text{(2 puntos)}$$

lo cual da la cota:

$$| \; p(x) - m(x) \; | \le 0.00617 \qquad \text{(2 puntos)}$$

Alternativa 1:

Usando los datos y acotando se tiene:

$$\left| \; p(x) - m(x) \; \right| \le \frac{6\,h^4}{4!} * 12 \quad \text{con } h = \frac{1}{3} \qquad \text{(2 puntos)}$$

lo cual da la cota:

$|\ p(x)\ -\ m(x)\ |\ \leq\ 0.03702$ (2 puntos)

Alternativa 2:

Usando los datos y acotando se tiene otra cota:

$\left|\ p(x)\ -\ m(x)\ \right|\ \leq\ \frac{1}{4!} * 12$ (2 puntos)

lo cual da la cota:

$|\ p(x)\ -\ m(x)\ |\ \leq\ 0.5$ (2 puntos)

P3. (25 puntos)

a) (15 puntos).

Se requiere $y = p(x)$ tal que:

$p(-1) = 1;\ p'(-1) = -1;\ p(1) = 0\ ;\quad p(1)\ =\ 0$

(1 punto)

Tabla de D.D.G.:

x	y	1^a	2^a	3^a
-1	1			
		-1		
-1	1		$\frac{1}{4}$	
		$-\frac{1}{2}$		0
1	0		$\frac{1}{4}$	
		0		
1	0			

(8 puntos) (2 c/diferencia)

$p(x) = 1 - (x + 1) + 1/4\,(x + 1)^2$ (6 puntos; $2\ c$/término)

b) (10 puntos)

$r(x) = (x,\ p(x),\ q(x))\ ,\ -1 \leq x \leq 1$ (2 puntos)

$r(-1) = (-1,\ 1,\ 0) = B$ (1 punto)

$r(1) = (1,\ 0,\ 1) = A$ (1 punto)

$r'(x) = (1,\ p'(x),\ q'(x))\ ,\ -1 \leq x \leq 1$ (2 puntos)

$r'(-1) = (1,\ -1,\ 0) = \overrightarrow{\mathrm{BO}}$ (2 puntos)

$r'(1) = (1,\ 0,\ 0) = \overrightarrow{\mathrm{CA}}$ (2 puntos)

.

P4. (25 puntos)

a) (10 puntos)

$v = V - (V - v_0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$ equivale a $V - v = (V - v_0)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Aplicando logaritmo natural:

$\ln(V - v) = \ln(V - v_0) - \frac{t}{\tau}$.

Se tiene entonces la función lineal:

$$w = a\, t + b$$

donde $w = \ln(V - v)$; $a = -\frac{1}{\tau}$; $b = \ln(V - v_0)$

b) (10 puntos)

Nueva tabla: (5 puntos)

t	1	2	3	4	5	Σ
w	1.1632	0.8879	0.6098	0.3293	0.0488	3.0389
t w						6.3294
t^2						55

Sistema normal:

$$\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 15 & 55 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.0389 \\ 6.3294 \end{pmatrix} \quad \text{(3 puntos)}$$

$\tau = 3.5881$; $v_0 = 5.7624$ (2 puntos)

c) (5 puntos)

$v(1.5) = 7.2103$

$v(4.5) = 8.7909$