Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Matemática

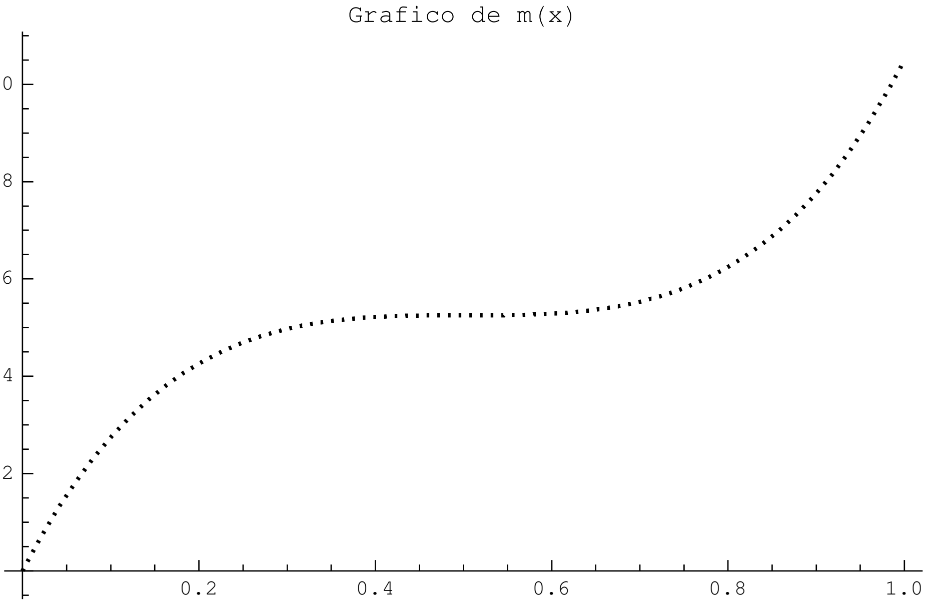
Preinforme 2
Laboratorio Mat 270 Análisis Numérico
Entrega en la semana del 13 Mayo de 2019

Utilice el instructivo para presentar preinformes publicado en la sección Archivos de la página de laboratorio.

Problema 1

Considere una barra metálica curva y delgada situada en el plano XY ocupando la curva: $y = x(1 - x)$, cuya densidad es variable: $d(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$, $0 \leq x \leq 1$.

La función que establece su masa medida desde $x = 0$ es $m(x) = \int_0^x f(u)\, du$ donde: $f(u) = d(u)\sqrt{1 + (y'(u))^2}$, $0 \leq u \leq 1$



Considere $Q_i(x)$, $x \in [0, 1]$, donde $Q_i(x) = P_i(2x - 1)$ en que $P_i(t)$, $t \in [-1, 1]$ es el i-ésimo polinomio de Legendre.

Sea $m_i = \int_0^1 m(x)\, Q_i(x)\, dx$, $i = 0, 1, \ldots, 7$ dados en la Tabla 1.

Pregunta:

a) Calcular la aproximación de Legendre de grado N de la función de masa $m(x)$ en que $N = ((n + 2m + 3k)$ [módulo 7]$) + 1$, donde n, m, k se dan mas abajo.

b) Evaluar la aproximación en $x = 0.N$ y comparar con el valor $m(0.N)$ donde N se definió en a).

Observación:

Se recuerda que un “número s [módulo 7]” es el resto r de la división: $s = i*7 + r$.

Por ejemplo: si $s = 4$ entonces “s [mod 7] = 4”, y si $s = 17$ entonces " s [mod 7] = 3” porque: 2*7+3=17.

Tabla 1: $\{m_i\}$, $i = 0, 1, .., 7$

$$\{0.0525198, 0.00992707, 0, 0.00307294, 0, 0.000115368, 0, -2.93393\times 10^{-6}\}$$

Notación

n : es el penúltimo dígito del rol, el que está antes de la raya;

m : es el día de la sesión, Ma es m = 2, etc...

k : es el bloque de la sesión, Mi 5-6 k = 3, etc...

Problema 2.

La idea de este problema es obtener aproximaciones de los valores de m_i en el ejercicio anterior utilizando la regla de Simpson compuesta.

Se utilizan las misma notaciones anteriores para n, m, k.

Preguntas:

a) Para $i = 2n - m + k$ [módulo 7], calcular el número mínimo de subintervalos en [0,1] de modo de lograr una aproximación de valor de m_i, utilizando la regla de Simpson compuesta, con al menos 3 dígitos significativos.

Se recuerda que si:

$$g = P[x]\, z[x]$$

entonces:

$$g^{(4)} = 6\, P''[x]\, z''[x] + 4\, z'[x]\, P^{(3)}[x] + 4\, P'[x]\, z^{(3)}[x] + z[x]\, P^{(4)}[x] + P[x]\, z^{(4)}[x]$$

Sugerencia:

Utilice en este caso la propiedad que el máximo de $g^{(4)}$ en [0,1] se da en el punto $x = 1$.

b) Obtenga una aproximación del valor de m_i, utilizando la regla de Simpson compuesta, utilizando solo una partición en 10 subintervalos de

[0,1].

Tabla 2: $\{ \{x_i, m(x_i)\} \ : \ x_i = 0.1 * i \ ; \ i = 0, \ ..., 10\}$
{{0.,0.},{0.1,0.0274699},{0.2,0.0426029},{0.3,0.0497286},
{0.4,0.0521825},{0.5,0.0525198},{0.6,0.0528571},
{0.7,0.055311},{0.8,0.0624367},{0.9,0.0775697},{1.,0.10504}}

Valparaíso: JFN , RAF, AA , Abril 2018